8. The Romer model

**8.1** Indicate which variables influence technical progress in the Romer model and explain what each of those variables consists of.

**O progresso técnico no modelo de Romer é dado pela equação**

**dA/dt = θ . *LA*λ . AΦ**

**, segundo a qual o progresso técnico (acréscimo de novas ideias ao *stock* de ideias existente)depende das variáveis *LA* = número de investigadores e A = *stock* de ideias existente; dos parâmetros λ e φ, que exprimem o efeito de escala das variáveis *LA* e A, respetivamente; e da constante θ, que representa a componente da produtividade dos investigadores que não depende do número de investigadores nem do *stock* de ideias existente. (ver também aula teórica e manual Jones & Vollrath)**

**8.2** Consideran economy which behaves according to the Romer model, in which λ=1, φ=0.5 and the labour force grows at a constant annual rate of 1.5%. Assuming that the economy is already in its balanced growth path, compute the growth rate of GDP per capita.

**Na trajetória de crescimento equilibrado, a taxa de crescimento do produto *per capita* é igual à taxa de crescimento do *stock* de ideias (ritmo do progresso técnico) e ambas são dadas pela seguinte fórmula: *gy* = *gA* = λ\*n/(1-φ). No caso desta economia, λ.n/(1-φ) = 1\*0,015/(1-0,5) = 0,03. Logo, a taxa de crescimento do produto *per capita* nesta economia é de 3% ao ano.**

**8.3** Consideran economy which behaves according to the Romer model, in which, starting from an initial balanced growth path, there is a sudden one-off increase in the number of researchers due to a new policy to attract foreign researchers. Explain the short- and long-run impacts of that increase on the growth rate of GDP per capita and the mechanisms that account for those impacts.

**No curto prazo, o aumento súbito de *LA* provoca um aumento do ritmo do progresso técnico, uma vez que os novos investigadores adicionais geram uma maior quantidade relativa de novas ideias (face ao *stock* de ideias existente) do que sucedia anteriormente. Isto é, dA aumenta relativamente a A, pelo que r(A) = dA/A aumenta. Esse maior ritmo do progresso técnico traduz-se, por via da função de produção, num aumento da taxa de crescimento do produto *per capita*. Porém, ao longo do tempo, este efeito dilui-se em resultado das novas ideias assim geradas serem incorporadas no *stock* de ideias A, fazendo com que r(A) (e, consequentemente, r(y)) convirjam de regresso aos seus valores de estado estacionário, em que *gy* = *gA* = λ\*n/(1-φ). Em suma, verifica-se uma aceleração do crescimento económico no curto prazo que se dissipa no longo prazo.**

**8.4** Consider an economy which behaves as per the Romer model and whose production function for new ideas (technical progress) is given by the following expression:

r(A) = θ . LAλ/A1-Φ

, in which the variables have their usual meaning.

Currently, the number of workers involved in R&D activities is growing at an annual rate of 4% and the stock of ideas is growing at an annual rate of 3.5%. It is further known that λ = 0.7 and Φ = 0.2.

Indicate whether or not this economy is currently on its balanced growth path. Justify your answer.

**Resposta: Na trajetória de crescimento equilibrado, verifica-se a condição**

**λ . r(LA) = (1 – Φ) . r(A)**

**Neste caso, temos 0,7\*0,04=0,8\*0,035=0,028, pelo que esta economia encontra-se efetivamente na trajetória de crescimento equilibrado.**

**8.5** Discuss the following statement, and if necessary correct it: "Unlike what is the case in the Solow model, in the Romer model faster population growth is associated with slower economic growth."

**Resposta:**

**No modelo de Solow, um ritmo de crescimento populacional mais rápido influencia os níveis de capital físico por trabalhador e do produto por trabalhador no estado estacionário, mas uma vez no estado estacionário o crescimento económico (em termos por trabalhador) é sempre nulo. No modelo de Romer, a trajetória de crescimento equilibrado é caracterizada por uma taxa de crescimento do produto por trabalhador que não é nula como no modelo de Solow mas sim positiva sempre que a taxa de crescimento da população é positiva. Esta taxa de crescimento na trajetória de crescimento equilibrado é dada pela expressão gy = gk = gA = n . λ / (1 – Φ), a qual depende positivamente de n, a taxa de crescimento da população. A explicação económica prende-se com o facto de, no modelo de Romer, maior crescimento da população implicar um maior número de pessoas envolvidas em atividades de I&D, o que gera mais novas ideias (progresso técnico). O crescimento populacional tem assim efeito sobre o produto (através da função de produção) tanto diretamente (via L, a força de trabalho) como indiretamente (via A, o progresso técnico). Em suma, para a afirmação estar correta deveria antes dizer “Ao contrário do que sucede no modelo de Solow, no modelo de Romer um crescimento populacional mais rápido está associado a maior crescimento económico.”**

**8.6** Discuss the following statement, and if necessary correct it: “Unlike what is the case in the Solow model, in the Romer model technical progress is endogenous”.

**Resposta: Uma variável de um modelo diz-se endógena quando o seu valor num determinado momento é determinado internamente pelo modelo, dependendo do valor de outras variáveis. No modelo de Romer, o progresso técnico é gerado internamente através da equação que relaciona a variação do *stock* de ideias com o número de investigadores e com o *stock* de ideias existente. Isto contrasta com o modelo de Solow, no qual o progresso técnico não depende das outras variáveis do modelo, sendo dado externamente (como ‘maná caído do céu’) e dizendo-se, assim, exógeno. A afirmação está, por isso, correta.**

**8.7** Consider the following equation from the Romer model, in which *A* stands for the stock of ideas and *LA* stands for the number of researchers.

dA/dt = θ . *LA*λ . AΦ

Interpret the economic meaning of λ > 1 and φ < 0.

**Resposta: Nesta equação, λ e φ representam o efeito de escala do número de investigadores e do *stock* de ideias existentes, respetivamente, sobre a geração de novas ideias (progresso técnico). λ > 1 significa que o número de novas ideias criadas depende positivamente e com rendimentos crescentes à escala do número de investigadores, isto é, um aumento do número de investigadores implica um aumento mais do que proporcional do número de novas ideias criadas. Isto pode suceder, por exemplo, devido aos investigadores se organizarem em redes e potenciarem o trabalho uns dos outros. Por sua vez, Φ < 0 significa que a criação de novas ideias depende negativamente do stock de ideias existente, ou, por outras palavras, do nível de tecnologia. Isto pode traduzir uma situação em que é cada vez mais difícil fazer novas descobertas ou invenções devido às descobertas e invenções relativamente mais fáceis já terem sido realizadas.**

**8.8** Consider an economy which behaves as per the Romer model, with regard to which it is known that the number of researchers is growing at an annual rate of 5% and the stock of ideas is growing at 3% per year. We also know that λ = 0.8 and φ = 0.2. Show that this economy is not on its balanced growth path.

**Resposta: Na trajectória de crescimento equilibrado do modelo de Romer, as taxas de crescimento do produto por trabalhador*,* do stock de capital por trabalhador e do progresso técnico são todas constantes e iguais entre si, isto é, *gy* = *gk* = *gA* = constante. Por outro lado, a taxa de crescimento do progresso técnico é dada por r(A) = θ.*LAλ* / A1-φ, e é constante e designada por *gA* quando as taxas de crescimento do numerador *LAλ* e do denominador A1-φ são idênticas, isto é, quando r(*LAλ*) = r(A1-φ), ou, concretizando, quando λ.r(*LA*)= (1-φ).r(A). No caso presente, sabemos que λ = 0,8 ; r(*LA*)= 0,05 ; (1-φ) = (1-0,2) = 0,8 ; e r(A) = 0,03, pelo que λ.r(*LA*) = 0,04 ≠ (1-φ).r(A) = 0,024, de onde concluímos que a economia não se encontra na trajectória de crescimento equilibrado. Dito de outra forma ainda, a igualdade λ/(1-φ) = r(A)/r(*LA*), que se verifica na trajectória de crescimento equilibrado, não se verifica no caso presente, pois λ/(1-φ) = 1 ≠ r(A)/r(*LA*) = 0,6.**

**8.9** Consider the following information for the Portuguese economy in the 30-year period between 1992 and 2022:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Year** | **L** | **LA** | **A** | **Y** |
| **1992** | 4 307 | 8 553 | 1 084 | 82 151 |
| **2022** | 5 495 | 56 192 | 16 715 | 155 717 |

L = Labour force (thousands); LA = Number of researchers (FTE in R&D); A = Number of patents + Scientific publications; Y= GDP (millions of euros) at 2006 constant prices.

With a view to characterising the Portuguese economy in its balanced growth path:

a) Estimate the value of [λ/(1-φ)], assuming the average annual growth rates of researchers (LA) and of the stock of ideas (A) indicated in the table above.

**In the balanced growth path, r(A)/r(LA) = λ / (1-φ)**

**From the table, r(A) = ln(16715/1084)/30 = 0.0912~**

**From the table, r(LA) = ln(56912/8553)/30 = 0.0627~**

**Therefore, we can estimate the level of λ / (1-φ) = r(A)/r(LA) = 0.0912/0.0627 = 1.4545~**

b) Using the above estimate, the average annual growth rate of the active population (L) obtained from the data in the table, and assuming that there is no unemployment, calculate the average annual growth rate of the Portuguese economy which corresponds to the balanced growth path of this economy.

**In the balanced growth path, gy = gk = gA = n. λ / (1-φ)**

**Given our estimate for λ / (1-φ) = 1.4545 and estimating the population growth rate as**

**n = r(L) = ln(5495/4307)/30=0.0081**

**, we can estimate gy as follows**

**gy = n. λ / (1-φ) = 0.0081\*1.4545 = 0.0118~**

c) Calculate the average annual growth rate of the Portuguese economy in this 30-year period and compare it to the findings in (a) and (b) above. Comment on the differences.

**Let us compute the actual growth rates of GDP and GDP per worker in the Portuguese economy in this period.**

**r(Y)=ln(155717/82151)/30=0.0213~**

**r(y)=r(Y)-r(L)=0.0213-0.0081=0.0132~**

**The actual growth rate of GDP per worker is higher than that which would have been consistent with the balanced growth path (1.18%). In the context of the Romer model, this suggests that in the actual Portuguese economy, the economy is not currently in the balanced growth path but moving towards it. Growth is higher than in the balanced growth path because, presumably, r(LA) is greater than r(L): the number of researchers is growing more quickly than the population. As a consequence, the stock of ideas is also growing at a rate above that of its balanced growth path, and so is the economy as a whole. Once the economy finishes converging towards the balanced growth path, gy = gk = gA = n. λ / (1-φ).**

**8.10** Consider the following information: Eurostat expects the population of the European Union to keep growing until the year 2045, reaching a maximum of 529 million in that year and decreasing thereafter. In light of the Romer model, discuss what might the consequences of this expected trajectory be for the growth of GDP per capita in the European Union, and what factors might counteract that tendency.

**Resposta:**

**À luz do modelo de Romer, o crescimento de longo prazo do PIB per capita depende do crescimento populacional por via do aumento do número de investigadores, que produzem novas ideias (progresso técnico). A projeção de evolução da população da UE acima indicada, com tudo o resto constante e sempre à luz do modelo de Romer, sugere que o aumento do PIBpc da UE terá uma tendência de estagnação, seguida de declínio, de 2045 em diante. Essa tendência pode ser temporariamente contrabalançada por um aumento da percentagem de investigadores na população (indicando que a economia da UE não estava no estado estacionário) ou por aumentos da produtividade dos investigadores; ou por aumentos dos parâmetros de escala λ e φ. Finalmente, se admitirmos que as ideais (progresso técnico) tem características parcialmente não-exclusivas e não-rivais, então a população de invesigadores relevante para a produção de ideais será a mundial e não a europeia, caso em que a evolução da população europeia perde relevância para a determinação do seu próprio crescimento. [Discutir]**